

OSCILLATIONS LIBRES DANS UN CIRCUIT RLC SERIE

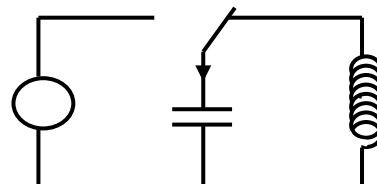
Rappels :

Lorsque on charge un condensateur, et qu'on le décharge dans un circuit de résistance R, la tension aux bornes de ce condensateur passe de $u_{c0} = \dots$ à $u_{c\infty} = \dots$ de manière

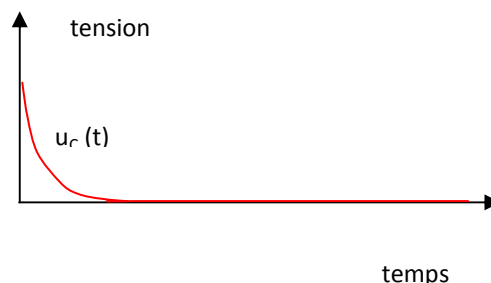
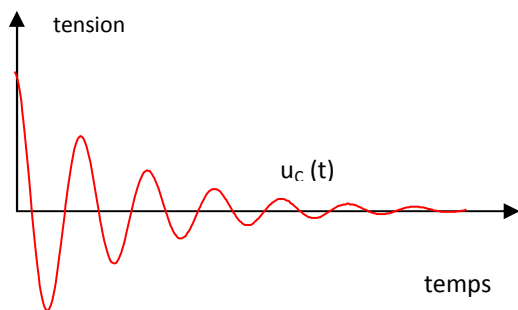
D'autre part, la présence d'une bobine dans un circuit provoque un dans ce circuit.

1. DECHARGE D'UN CONDENSATEUR DANS UN CIRCUIT RLC SERIE.

Un condensateur chargé ($q_D > 0$) de capacité C est monté en série avec une bobine idéale d'inductance L et un résistor de résistance R. On ferme l'interrupteur K.



On constate expérimentalement que l'évolution de la tension aux bornes du condensateur dépend de la valeur de la résistance R :



R faible :

R forte:

1.1. PERIODE PROPRE ET PSEUDO-PERIODE

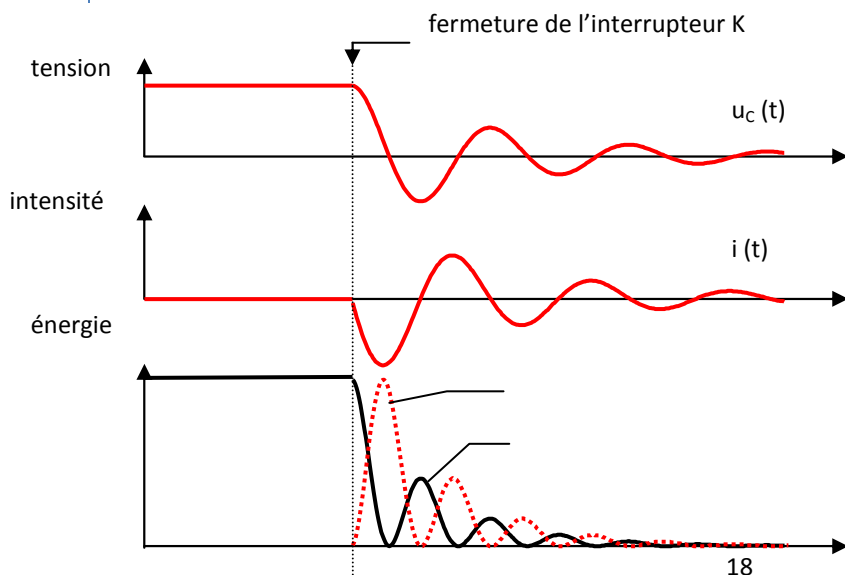
L'amplitude des maxima diminuant au cours du temps, on parle de la « pseudo-période » T .

En régime pseudo périodique, la pseudo période T de la valeur de la résistance R.

La pseudo-période T si la capacité C du condensateur augmente.

La pseudo-période T si l'inductance L de la bobine augmente.

1.2. ECHANGES ENERGETIQUES.



Au cours des oscillations libres, il y a échange d'énergie entre la bobine et le condensateur

- A l'instant initial :
 $E_{C0} = \dots$

- $E_{L0} = \dots$

- L'énergie totale du circuit diminue progressivement par effet Joule dans les résistances

2. RESOLUTION ANALYTIQUE – TENSION AUX BORNES DU CONDENSATEUR – INTENSITE.

On se propose d'effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur, soumis à un échelon de tension dans le cas d'un amortissement négligeable :

2.1. EQUATION DIFFERENTIELLE -DECHARGE SANS AMORTISSEMENT.

Loi des d'additivité des tensions :

Expression de $u_{C(t)}$ en fonction de $q(t)$:

Expression de $u_{L(t)}$ en fonction de $i(t)$:

en fonction de $q(t)$:

en fonction de $u_{C(t)}$:

Equation différentielle :

L'évolution de la tension aux bornes du condensateur est régie par l'équation différentielle du deuxième ordre :

$$\boxed{\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot u_C = 0} \quad \text{avec} \quad \text{la pulsation : } \omega_0 = \dots\dots\dots$$

2.2. SOLUTION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE

Cette équation différentielle admet une solution de la forme : $u_C = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi)$

A et ϕ sont des constantes d'intégration que l'on détermine à partir des conditions de l'expérience.

L'intensité du courant parcourant le dipôle s'en déduit aisément :

$i(t) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

La grandeur caractéristique de cet oscillateur est sa **période propre** : $T_0 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

2.3. CONDITIONS INITIALES.

Les conditions initiales permettent de déterminer les constantes A, ω_0 et ϕ : à l'instant initial, le condensateur est: $U_{C0} = \dots\dots\dots$, et l'intensité est (le courant ne s'établit pas immédiatement du fait de la bobine) : $i_0 = \dots\dots\dots$

$u_{C(t)} = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi) \rightarrow u_{C0} =$

$i(t) =$

4.1 ENTRETIEN DES OSCILLATIONS DU CIRCUIT RLC

Un circuit LC dépourvu de résistance est un cas idéal impossible à réaliser. Pour obtenir des oscillations non amorties, on utilise un dispositif d'entretien :

énergie absorbée par la résistance pendant l'intervalle de temps dt :

$$dE_R = R \cdot i^2 \cdot dt$$

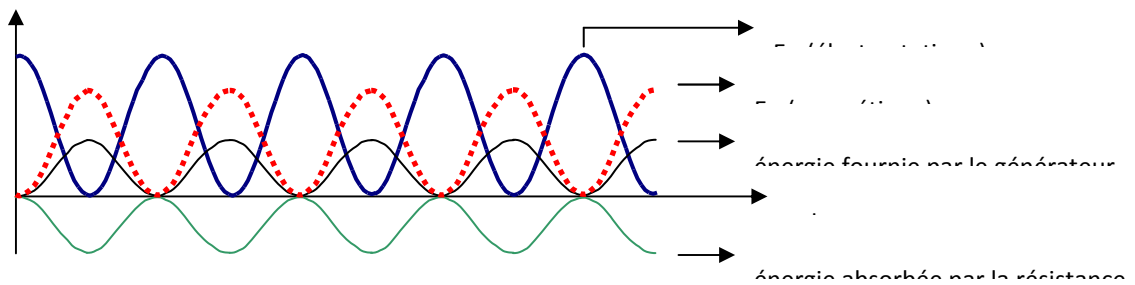
énergie fournie par le dispositif d'entretien pendant l'intervalle de temps dt :

$$dE_G = u_G \cdot i \cdot dt$$

Le dispositif qui entretient les oscillations fournit exactement l'énergie évacuée par transfert thermique par la résistance :

$$dE_R = dE_G \quad \Rightarrow \quad u_G = R \cdot i$$

Il délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant qu'il débite.



L'oscillateur électrique ainsi réalisé est dit entretenu.

5 NOTATIONS, UNITES ET VALEURS

C	capacité d'un condensateur. [C] = F
d	opérateur différentiel.
d/dt	opérateur de dérivation.
e	charge électrique élémentaire. $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C
E	force électromotrice ou fém. d'un générateur actif. [E] = V
E'	force contre électromotrice ou fcém. d'un récepteur actif. [E] = V
Ep	énergie potentielle. [Ep] = J
f ₀	fréquence propre d'un oscillateur. [f ₀] = Hz
i	intensité d'un courant électrique variable. [i] = A
I	intensité d'un courant électrique continu. [I] = A
L	inductance d'une bobine. [L] = Henry de symbole H
p	puissance électrique variable. [p] = W
q	charge électrique. [q] = C
r	résistance électrique interne d'un dipôle linéaire. [r] = Ω
R	résistance électrique d'un résistor. [R] = Ω
T	pseudo-période d'un oscillateur amorti. [T] = s
T ₀	période propre d'un oscillateur. [T ₀] = s
u	tension électrique variable. [u] = V
We	travail électrique. [We] = J
φ	phase à l'origine du temps. [φ] = rad
τ	constante de temps d'un oscillateur. [τ] = s
ω_0	pulsation propre d'un oscillateur. [ω_0] = $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

6 CONNAISSANCES ET SAVOIR-FAIRE EXIGIBLES

2 Cas d'un dipôle RC

Connaître la représentation symbolique d'un condensateur.

En utilisant la convention récepteur, savoir orienter un circuit sur un schéma, représenter les différentes flèches tension, noter les charges des armatures du condensateur.

Connaître les relations charge intensité et charge tension pour un condensateur en convention récepteur; connaître la signification de chacun des termes et leur unité.

Savoir exploiter la relation $q = Cu$.

Effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur ou la charge de celui-ci lorsque le dipôle RC est soumis à un échelon de tension.

En déduire l'expression de l'intensité dans le circuit.

Connaître l'expression de la constante de temps et savoir vérifier son unité par analyse dimensionnelle.

Connaître l'expression de l'énergie emmagasinée dans un condensateur.

Savoir que la tension aux bornes d'un condensateur n'est jamais discontinue.

Savoir exploiter un document expérimental pour :

- identifier les tensions observées,
- montrer l'influence de R et de C sur la charge ou la décharge,
- déterminer une constante de temps lors de la charge et de la décharge.

3 Cas du dipôle RL

Connaître la représentation symbolique d'une bobine.

En utilisant la convention récepteur, savoir orienter le circuit sur un schéma et représenter les différentes flèches tension.

Connaître l'expression de la tension aux bornes d'une bobine; connaître la signification de chacun des termes et leur unité. Savoir exploiter la relation.

Effectuer la résolution analytique pour l'intensité du courant dans un dipôle RL soumis à un échelon de tension.

En déduire la tension aux bornes de la bobine.

Connaître l'expression de la constante de temps et savoir vérifier son unité par analyse dimensionnelle.

Connaître l'expression de l'énergie emmagasinée.

Savoir qu'une bobine s'oppose aux variations du courant du circuit où elle se trouve et que

l'intensité de ce courant ne subit pas de discontinuité

Savoir exploiter un document expérimental pour :

- identifier les tensions observées
- montrer l'influence de R et de L lors de l'établissement et de la disparition du courant
- déterminer une constante de temps.

4 Oscillations libres dans un circuit

Définir et reconnaître les régimes périodique, pseudo-périodique et apériodique.

Savoir tracer l'allure de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps pour

les régimes périodique, pseudo-périodique et apériodique.

Dans le cas d'un amortissement négligeable, effectuer la résolution analytique pour la tension aux bornes du condensateur ou la charge de celui-ci.

En déduire l'expression de l'intensité dans le circuit.

Connaître l'expression de la période propre, la signification de chacun des termes et leur unité.

Savoir que le dispositif qui entretient les oscillations fournit l'énergie évacuée par transfert thermique.

Savoir interpréter en terme d'énergie les régimes périodique, pseudo-périodique, apériodique et entretenu.

Savoir exploiter un document expérimental pour :

- identifier les tensions observées,

- reconnaître un régime
- montrer l'influence de R et de L ou C sur le phénomène d'oscillations
- déterminer une pseudo-période.